



TITLE:

非中性プラズマ中における乱流緩和過程の実験的研究 (オイラー方程式の数理 : 力学と変分原理250年)

AUTHOR(S):

河井, 洋輔; 際本, 泰士

CITATION:

河井, 洋輔 ...[et al]. 非中性プラズマ中における乱流緩和過程の実験的研究 (オイラー方程式の数理 : 力学と変分原理250年). 数理解析研究所講究録 2011, 1749: 142-156

ISSUE DATE:

2011-07

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/171096>

RIGHT:

非中性プラズマ中における乱流緩和過程の実験的研究

東京大学大学院 新領域創成科学研究科 河井洋輔 (Yosuke Kawai)

Graduate School of Frontier Science, The University of Tokyo

京都大学大学院 人間・環境学研究科 際本泰士 (Yasuhito Kiwamoto)*

Graduate School of Human and Environmental Studies, Kyoto University

1 イントロダクション

非中性プラズマとは、正または負どちらか一方のみの電荷を持つ荷電粒子群によって構成された多粒子系である。通常の中性プラズマと比較し、その閉じ込め特性は極めて良く、原理的には永久に保持することが可能である。逆電荷による遮蔽がないため、粒子間の相互作用は系全体に及び、かつ個々の粒子間の衝突が極めて小さいことから、非平衡状態から出発する無衝突領域の集団緩和過程から、衝突領域を経て、熱平衡状態にまで至る広い時間スケールに渡る物理現象を実験的に追跡することが可能である。反対の符号を持つ荷電粒子との再結合がないことから、系を低い温度で安定に生成・維持することができ、さらに遮蔽効果がないため外部から電氣的に制御することが可能で、実験における再現性・制御性という点でも優れた特性を持つ。

さらに、静電磁場中において非中性プラズマの作り出す流れは、非粘性・非圧縮性の2次元理想流体の運動と等価であり、密度分布が渦度と、自己ポテンシャルが流れ関数とそれぞれ比例関係となる [1]。この特性を利用し、理想的な条件下における様々な流体现象が、これまで非中性プラズマを用いて実験的に研究されてきた [2]。本研究では、プラズマの密度構造を高精度で可視的に観測できる画像計測技術を用いることで、不安定性より出発する2次元乱流の緩和過程を、従来の中性流体を用いた実験研究では到達できなかった、大規模な渦構造から散逸が支配的な微細構造にまで至る広い空間スケールに渡り観測を行う。実空間上における微細な渦度構造

*現京都大学名誉教授

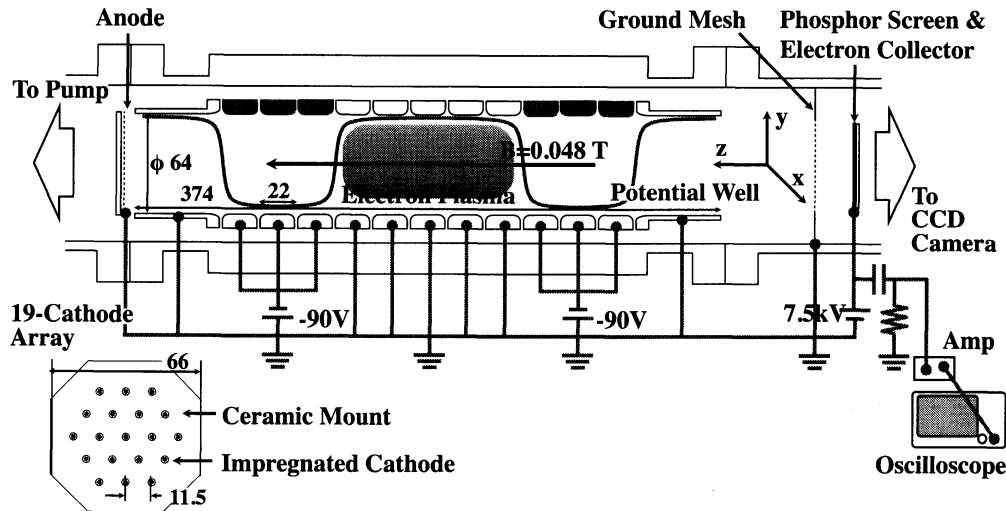


図 1: 実験装置の概略図

の時間発展を、Fourier 解析および wavelet 解析を用いて追跡することで、これまで主として波数空間上で検討されてきた乱流現象を、実・波数両空間上で統合的に理解することを本研究の目的とする。

2 実験装置と実験手法

実験は、井戸型静電場と一様磁場により円筒型真空容器内に閉じ込められた電子群（純電子プラズマ）を用いて行う。実験装置の概略図を図 1 に示す [3]。真空容器は、内径 32 mm、長さ 22 mm のリング電極によって構成されており、両端 3 つのリング電極に -90 V の電位を与えることで井戸型静電場を形成、容器軸方向の閉じ込めを行っている。さらに、容器外部に設置したソレノイドコイルにより軸方向に一様な磁場 ($B = 0.048 \text{ T}$) を与えることで、プラズマの径方向閉じ込めを達成している。このような実験条件下において、プラズマの密度は磁力線方向に一様となり、その運動は、磁力線に垂直な平面内での 2 次元運動に縮退される。

電子群は 19 本のカソードにより構成される電子源より生成される (図 1 左下参照)。入射側電位障壁を少し下げ、同時にそれよりも深い電位をカソードに与えることで電子をトラップ内に導入、その後障壁を元に戻して電子を閉じ込める。この操作を繰り返し行い、数千本の紐状電子プラズマを混合・緩和させることで、単一の滑らかにつながった電子密度分布を生成する。カソードに与える電位や電位障壁の下げ幅などを変えることで、形成される密度分布の形状を制御することができる。

形成された密度分布において、その自己ポテンシャルは中心軸近傍で最も高くなっ

ている。そのため入射側の電位障壁を浅くすると、エネルギーの高い中心領域の電子は選択的に排出され、密度分布はリング形状に成形される。形成されたリング状分布の作り出す流れには、方位角方向の回転速度に対しずれが生じ、プラズマは攪乱に対して Diocotron 不安定 (Kelvin-Helmholtz 不安定) となる [4]。不安定性の結果、最も速く成長するモード数によってリング分布は歪み、その非線形成長から自発的に複数個の渦塊構造へと分裂する。最も速く成長するモード数、すなわち形成される渦塊の個数は、リング分布の形状に依存する [4]。定性的には、プラズマ半径とリングの厚みの比が大きいほど、多くの渦塊が形成される。リングの形状は、電位障壁の下げ幅・時間などを調節することで精密に制御することができ、渦の入射スケールを実験的に調節することが可能となっている。

渦塊形成後、純電子プラズマのダイナミクスは孤立して渦塊間の相互作用を介した乱流緩和過程へと移行する。任意の保持時間の後、排出側の電位障壁を取り除き、電子を磁力線に沿って排出、蛍光面に衝突させることで、その発光輝度分布を総画素数 512×512 (解像度 0.1 mm/pix)、空間分解能 16 bit の CCD カメラで計測する。蛍光面にはアルミニウム薄膜が蒸着しており、発光に寄与した電子を回収、その総量を電流値として計測することができる。総電子数と総発光量は比例関係にあることが確かめられおり [3]、輝度分布の光量から電子密度の絶対値を決定することができる。

以上の操作をプラズマの保持時間を長くしながら繰り返し行うことで、破壊的に電子密度分布、すなわち渦度分布の時間発展を計測する。このような破壊的計測において重要となるのは、プラズマの時間発展における再現性である。特に、本研究のように不安定性から出発するダイナミクスは本質的に chaotic であり、初期分布のわずかな違いによって、以後の時間発展は大きく異なってくる。そのため、本実験では初期条件において、できる限りショット毎におけるバラツキが小さくなるような実験条件を選び出し、さらに、各観測時刻において 5 回データを取得、各物理量をその標本平均から導出した。

3 電子密度分布の時間発展 [5, 6]

観測した電子密度分布の時間発展の様子を図 2 に示す。5 μs 間入射側の電位障壁を下げることで、リング状の初期密度分布を形成している ($t = 5 \mu\text{s}$)。リング状分布形成後、密度分布は Diocotron 不安定性によって歪む。不安定性により誘起された密度変調は、周りの電子を巻き込みながら非線形成長し、最終的には 5 つに分裂した渦塊構造を形成する ($t = 13 \mu\text{s}$)。渦塊形成後は、1 つの渦が引き延ばされる形で両隣の渦に巻き込まれ、密度は 4 つの渦塊構造へと遷移する ($t = 21 \mu\text{s}$)。その後、渦同士

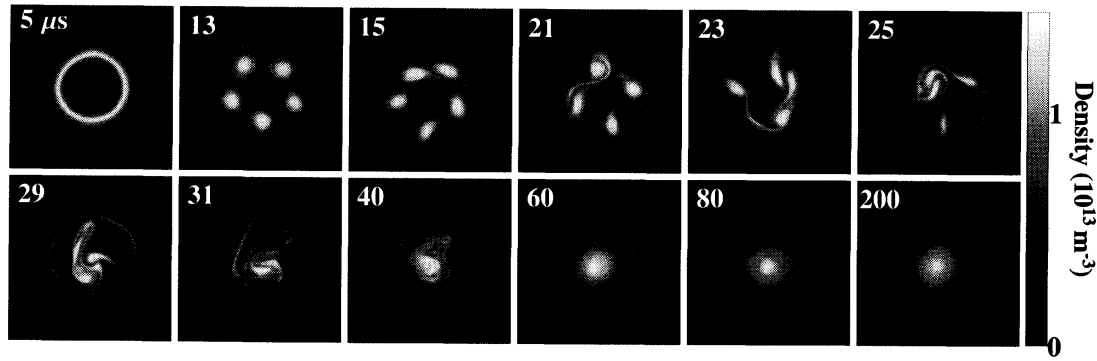


図 2: 電子密度分布の時間発展。左上の数値は観測された時刻 (μs) を表す。 $t = 5 \mu\text{s}$ 時にリング状の初期密度分布が形成される。

はさらにお互いを巻き込みながら急速に接近し、中心領域で約 $10 \mu\text{s}$ 間自転しながら 1 つの渦へと収束する ($t = 31 \mu\text{s}$)。

この合体過程において、渦塊の一部から薄い密度の微細なフィラメント構造が分離し、渦塊の作り出す強い流れによって、引き延ばされたり畳み込まれたりしながら、より微細な構造へと変形していく様子を観測することができる。合体過程を介し、密度の高い渦塊構造が中心領域へと輸送される一方で、フィラメント構造は外側へと排出される。巨視的な渦塊から微細なフィラメント構造にまで至る多様なスケールを持った構造が観測され、密度分布が乱流状態に達していることが分かる。

単一に合体した渦は、その後数 $10 \mu\text{s}$ 間自転する。単極渦周辺の微細構造は徐々に平滑化されていき、電子密度分布は、軸対称の釣り鐘状分布 (コア) とそれを取り囲む薄い密度分布 (ハロ) によって構成された安定な終状態へと緩和する ($t = 200 \mu\text{s}$)。

観測された時間発展を特徴付けるため、各時刻における密度分布 $n(x, y)$ から積分量の評価を行う。評価する積分量はそれぞれ、静電エネルギー (流体の運動エネルギーに相当する) $E = 1/2 \int L_p d\mathbf{r}^2 n(-e\phi)$ 、総電子数 (総循環に相当) $N = \int L_p d\mathbf{r}^2 n$ 、全角運動量 $L_z = \int L_p d\mathbf{r}^2 n r^2$ 、エンストロフィー $Z_2 = 1/2 \int d\mathbf{r}^2 n^2$ 、およびパリンストロフィー $P = 1/2 \int d\mathbf{r}^2 |\nabla n|^2$ である (ここで L_p はプラズマ長)。

系は孤立して時間発展することから、これらのうち E と N は全過程を通して保存され、実験装置の軸対称性から L_z も保存量となる [7]。さらに、 Z_2 も密度分布の連続の式、 $Dn/Dt = 0$ 、から保存量となることが予測される。パリンストロフィー P は、その被積分関数からも推察される通り、微細なフィラメント構造を表す指標であり、連続の式の簡単な式変形から、流れのシアによって自発的に発展する物理量であることが分かる [8]。

図 3 に各積分量の時間発展の様子を示す。全過程を通して E 、 N および L_z は系統

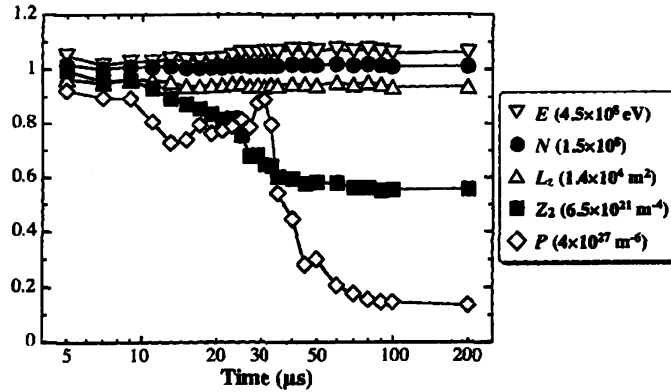


図 3: 積分量の時間発展。 ∇ は静電エネルギー E 、 \bullet は総電子数 N 、 Δ は全角運動量 L_z 、 \blacksquare はエンストロフィー Z_2 、 \diamond はパリンストロフィー P を表す。

的な変化を示さず、ショット毎のばらつきの範囲内 ($\leq 5\%$) で一定の値をとることから、保存量であるということが出来る。それとは対照的に、 Z_2 および P は、密度分布の時間発展に伴って大きな変化を示す。 Z_2 は、渦塊同士の合体過程 ($t = 13 \sim 31 \mu\text{s}$) において大きく減少し、終状態では初期値の 60 % 程度の大きさにまで減少する。一方、 P は渦塊形成時に 10 % 程度減少した後、合体過程において急激に増大し、 $t = 31 \mu\text{s}$ 時で極大値に達する。図 2 より、このとき微細なフィラメント構造が最も顕著に現れていることが分かる。 $t = 31 \mu\text{s}$ 以降、 P は一転急激に減少し、微細構造の平滑化が進行していると示唆される。

図 3 から、エンストロフィー Z_2 の減少率とパリンストロフィー P の時間変化との間には良い相関があるように見える。両者の関係について見るため、連続の式に対し拡散項 $-\nu \nabla^2 n$ を加える。簡単な式変形から、以下に示すエンストロフィーの時間発展方程式が導出される [8]

$$\frac{DZ_2}{Dt} = -2\nu P \quad (1)$$

(ここで、 ν は運動粘性率を表す)。この式から、 P が Z_2 の散逸項として働くことが分かる。この式に観測値を代入し、渦間合体過程 ($t = 13 \sim 31 \mu\text{s}$) における、この実験系での実効的な粘性係数 ν の値を評価すると、その値は $\nu = 0.01 \pm 0.002 \text{ m}^2\text{s}^{-1}$ となった。

本実験のように、運動が 2 次元系で記述される強く磁化された非中性プラズマの、粒子間衝突による散逸機構については、これまで実験と理論の双方から多くの研究が行われてきている [9, 10]。強磁場下におけるプラズマの散逸過程は、古典的な 2 体衝突ではなく、長距離相互作用による集団的な粒子間の衝突により記述される [10]。このような散逸過程から、理論的に予測される粘性係数の値を、実験的に決定される各プラズマパラメータの値から評価すると、その値は $0.008 \pm 0.004 \text{ m}^2\text{s}^{-1}$ となった。

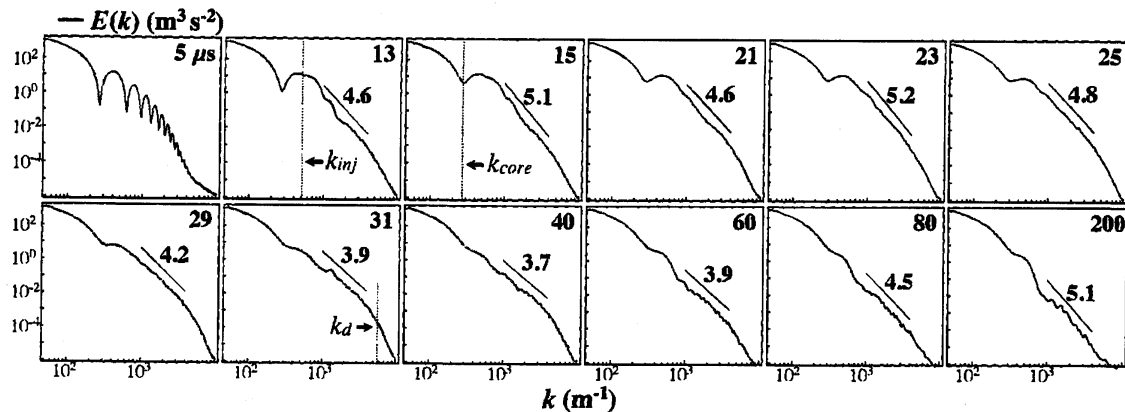


図 4: エネルギースペクトル $E(k)$ の時間発展。右上の数値は観測時刻を示す。各プロットには $1000 \leq k \leq 4000$ の波数領域において最小 2 乗フィッティングしたべき則 $k^{-\alpha}$ を挿入し、その右上にべき数 α の値を示す。

本実験における渦間相互作用を介した“早い”緩和過程は、理論において想定されるような、準定常状態の“ゆっくり”と進行する緩和過程とは本質的に異なっている [11]。しかしながら、実験的に評価される ν の値は理論予測値と近い値を示しており、本実験において観測されたエンストロフィーの減少が、長距離相互作用を介した粒子間の衝突過程によって生じていると考えることは不自然ではない。

4 スペクトルダイナミクス [6]

理論において波数 k 空間上で展開される乱流描像と実験との比較を行うため、観測された電子密度分布 $n(\mathbf{r})$ から乱流を特徴付ける物理量であるエネルギースペクトル $E(k)$ を導出する。

2次元乱流ダイナミクスの理論モデルは、1960年代後半、先ず Kraichnan [12] が定常乱流について、次いで Batchelor [8] が自由緩和乱流につき検討を行った。それらのモデルでは、一様等方な乱流中にスケール k_{inj} において入射された渦 (エンストロフィー) は、一定の輸送率でより小さなスケールへと輸送され、最終的に散逸スケール k_d において消失する。これは、3次元乱流の Kolmogorov モデルによって予測される、大規模渦から小規模渦へのエネルギーカスケード過程からの類推である。この“エンストロフィーカスケード”を基盤とした次元解析により、2次元乱流では、波数空間上におけるエネルギースペクトル $E(k)$ が、カスケードの生じる慣性領域 $k_{inj} \leq k \leq k_d$ においてべき則 k^{-3} に従うと予測された。

図 4 に、本実験で観測された緩和過程におけるエネルギースペクトルの時間発展の様子を示す。2次元理想流体との等価性が成立するとき、渦度 ζ は、電子密度 n を用いて、

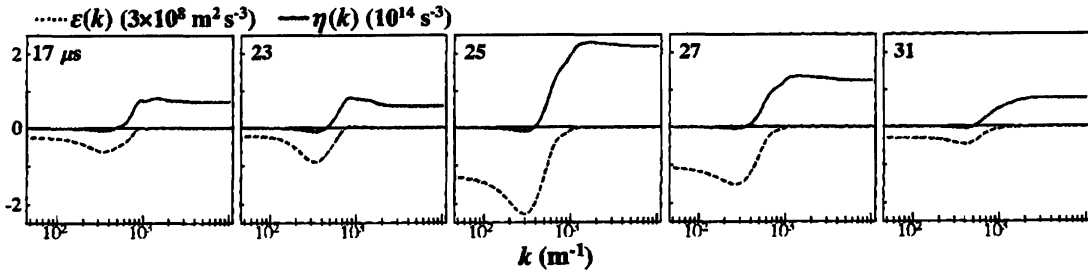


図 5: 波数空間上におけるエネルギー輸送率 $\varepsilon(k)$ (点線) およびエントロフィー輸送率 $\eta(k)$ (実線) の時間変化。左上の数値は観測時刻を示す。

$\zeta = en/\varepsilon_0 B$ と表される (ここで e は素電荷、 ε_0 は真空の誘電率を表す)[1]。この関係式を用い、スペクトル $E(k)$ は、観測された密度分布の Fourier 変換 $n(\mathbf{k}) = \int d^2\mathbf{r} e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} n(\mathbf{r})$ から、

$$E(k) = \frac{1}{2} \left(\frac{e}{\varepsilon_0 B} \right)^2 \int_0^{2\pi} k d\varphi \frac{|n(\mathbf{k})|^2}{k^2} \quad (2)$$

と評価される (ここで φ は波数空間上での方位角を表す)。

初期に形成されるリング状密度分布では、エネルギーがリング半径の狭い領域に集中するため、 $E(k)$ は周期的な振る舞いを示す ($t = 5 \mu\text{s}$)。Diocotron 不安定性による密度変調の結果、複数の渦塊構造が形成されると、スペクトルは渦塊の大きさに相当するスケール $k \equiv k_{inj} \approx 500$ 付近に極大値を持つ ($t = 13 \mu\text{s}$)。本実験では、この波数 k_{inj} が渦の入射スケールに相当する。渦塊形成後、渦間合体過程 ($t = 13 \sim 31 \mu\text{s}$) の進行とともに、 k_{inj} 付近のエネルギーは減少し、極大値は低次波数側へと徐々にシフトしていく。終状態のコア部に相当する $k \equiv k_{core} \approx 300$ 付近にエネルギーが集積して、初期に見られる近傍のくぼみが埋まっていく様子が観測できる。一方、渦塊よりも微細なスケール $k > k_{inj}$ では、スペクトルは広い波数領域においてべき則 $E(k) \propto k^{-\alpha}$ を示し、密度分布が多様なスケールを持った構造により構成される乱流状態にあることが分かる。

図 4 には、波数領域 $1000 \leq k \leq 4000$ において最小 2 乗フィッティングしたべき則 $k^{-\alpha}$ とべき数 α の値を挿入した。渦塊間の合体が進行し、微細なフィラメント構造が生成されて密度分布が乱流状態へと移行するに従い、 α の値は減少し、理論によって予測される値 3 へと近づいていく。しかしながら観測されるべき数は、微細構造が最も顕著に表れる $t = 30 \mu\text{s}$ 付近においても 3.7 と、理論モデルよりも大きな値を示す。

合体によって渦塊が 1 つに収束し、安定な釣り鐘状分布を持つ終状態へと遷移していく過程 ($t = 40 \sim 200 \mu\text{s}$) では、エネルギーは k_{core} 付近に集中し、それよりも高次波数領域では大きく減少して、スペクトルは k_{core} に極大値を持つ構造となる。

波数空間上におけるエネルギーやエンストロフィーの流れを調べるため、観測されたエネルギー Spektral $E(k)$ の時間発展から、エネルギー $\varepsilon(k)$ およびエンストロフィー $\eta(k)$ の輸送率を導出する。 $\varepsilon(k)$ は $E(k)$ を用いて、

$$\varepsilon(k) = - \int_{k_{min}}^k dk \frac{\partial E(k)}{\partial t} \quad (3)$$

と評価され、 $\eta(k)$ もエネルギー同様、エンストロフィースpektral $Z_2(k) = k^2 E(k)$ から評価される。ここで k_{min} はこの系が取り得る最大のスケール、すなわち円筒境界壁の直径に相当する。式から分かる通り、それぞれの輸送率は、波数 k を介した低次波数側から高次波数側への流れが正となるように定義されている。

エネルギー Spektral がべき則を示す時間帯 ($t = 13 \sim 40 \mu s$) について輸送率の評価を行った。結果を図5に示す。全過程を通し $\varepsilon(k)$ および $\eta(k)$ は入射スケール $k_{inj} \approx 500$ を境にそれぞれ対照的な振る舞いを示す。 $\varepsilon(k)$ は $k \leq k_{inj}$ において負の値を示し、エネルギーは低次波数側へと輸送されていることが分かる。その輸送率は各時刻において、最終的に到達される単極渦の大きさに相当する k_{core} 付近で極大値をとる。一方、 $\eta(k)$ は $k \geq k_{inj}$ において正の値を取り、エンストロフィーは高次波数側へと輸送されていることが分かる。エネルギーおよびエンストロフィーともにその輸送率は、密度分布が分裂した渦塊から単一の渦へとその構造を劇的に変化させる $t = 25 \mu s$ 時において最大となる。

渦塊間の合体過程を通し、 $\eta(k)$ は正の値を持つ。これは観測される純電子プラズマの緩和過程が、定性的には理論により予測される乱流描像、すなわちエンストロフィーカスケード過程に則って進行しているということを意味している。

さらに $\eta(k)$ は、 $k \geq 2000$ の高次波数領域においてはほぼ一定の値をとっている。その値は図より $\eta \approx 0.52 \sim 2.2 \times 10^{14} s^{-3}$ と見積もられる。この値と、前節において見積もられた実効的な粘性係数 $\nu [m^2 s^{-1}]$ の値とを組み合わせることで、次元解析から散逸スケール $\ell_d \approx \eta^{-1/6} \nu^{1/2}$ の値が、 $0.57 \pm 0.07 mm$ と評価される [8]。これは、図2で観測されるフィラメント構造の厚みにほぼ相当する。同時に、対応する波数 $k_d (\propto \ell_d^{-1}) \approx 5500$ は、エネルギー Spektral がべき則を示す上限波数とほぼ一致しており、このスケールよりも高次波数側で Spektral が大きく減少している様子を確認することができる (図4には k_d の位置を破線で示した)。

このように観測結果と理論モデルとの間には、定性的な一致が見られる。一方で、 $\eta(k)$ は Spektral がべき構造を示す慣性領域全域においては一定とはならず、 $k > 4k_{inj}$ から低次波数側に向かって徐々に減少、 k_{inj} 付近においてほぼ0となる。このような振る舞いから示唆されるのは、大きなエンストロフィー量を保持する渦塊構造が、そ

の輸送を妨げている様子である。このような強い渦度を保持する渦塊構造によるカスケードの阻害は、これまで数値シミュレーションを用いた乱流実験においても観測されている [13]。このときスペクトルは、理論モデルよりも急峻な形状を示すことが確認されており、これは本実験で見られる傾向とも一致している [14]。

5 wavelet 解析 [15]

以上、電子密度分布の時間発展を波数空間上で展開し、渦間相互作用を介した純電子プラズマの緩和過程を、乱流理論モデルの観点から検討した。次に、このような波数空間上におけるダイナミクスと、実空間上において観測される渦運動との対応関係について検討を行う。これまで行ってきた Fourier 解析では、解析関数として空間上を無限に覆う三角関数を用いるため、実空間上における渦構造の位置情報が完全に失なわれる。その結果、実・波数両空間上におけるそれぞれのダイナミクスを直接対比させることが困難となる。このような Fourier 解析の弱点を回避するため、1980 年代終わりから wavelet 解析が、実験や数値シミュレーションによって得られた乱流構造のデータに対し適用されるようになった [16]。wavelet 解析では、解析関数として実空間上に局在する波束を用いることで、乱流の構造を位置 (実空間) とスケール (波数空間) の双方の観点から同時に解析することが可能となる。本節ではこの wavelet 解析を、観測された電子密度分布の画像データに対し適用することで、波数空間上におけるスペクトルダイナミクスと、実空間上で観測される渦運動とを直接対応させながら統合的に検討する。

5.1 エンストロフィースペクトルの空間構造

観測画像を wavelet 変換し、展開係数 $\tilde{n}_{i_x, i_y}^{\mu, j}$ を得る [16]。ここで $\{i_x, i_y\}$ は渦構造の位置情報、 j はスケール、すなわち波数を表す。得られた $\tilde{n}_{i_x, i_y}^{\mu, j}$ を用い、エンストロフィースペクトルの実空間分布 $\tilde{Z}_2(\mathbf{x}, k_j)$ を導出する。

位置 $\mathbf{x} = \{i_x, i_y\} 2^{9-j} \Delta x$ および波数 $k_j = k_0 2^j$ におけるエンストロフィースペクトルの空間分布 $\tilde{Z}_2(\mathbf{x}, k_j)$ は以下のように導出される [17]

$$\tilde{Z}_2(\mathbf{x}, k_j) = \frac{1}{2} \left(\frac{e}{\epsilon_0 B} \right)^2 \sum_{\mu=1}^3 (\tilde{n}_{i_x, i_y}^{\mu, j})^2 A_j^{-1}. \quad (4)$$

ここで、 $A_j = \Delta k_j \Delta x_j^2$ 、 $\Delta x_j = 2^{9-j} \Delta x$ 、 $\Delta k_j = \sqrt{k_{j+1} k_j} - \sqrt{k_j k_{j-1}}$ である。 Δx は観測画像の空間解像度 0.1mm、 k_0 は wavelet のフィルタリング特性によって決まる波数であ

る。式 (4) から分かる通り、 $\tilde{Z}_2(\mathbf{x}, k_j)$ は、単位面積 Δx_j^2 および単位波数領域 Δk_j 当たりのエンストロフィー密度として定義される [17]。

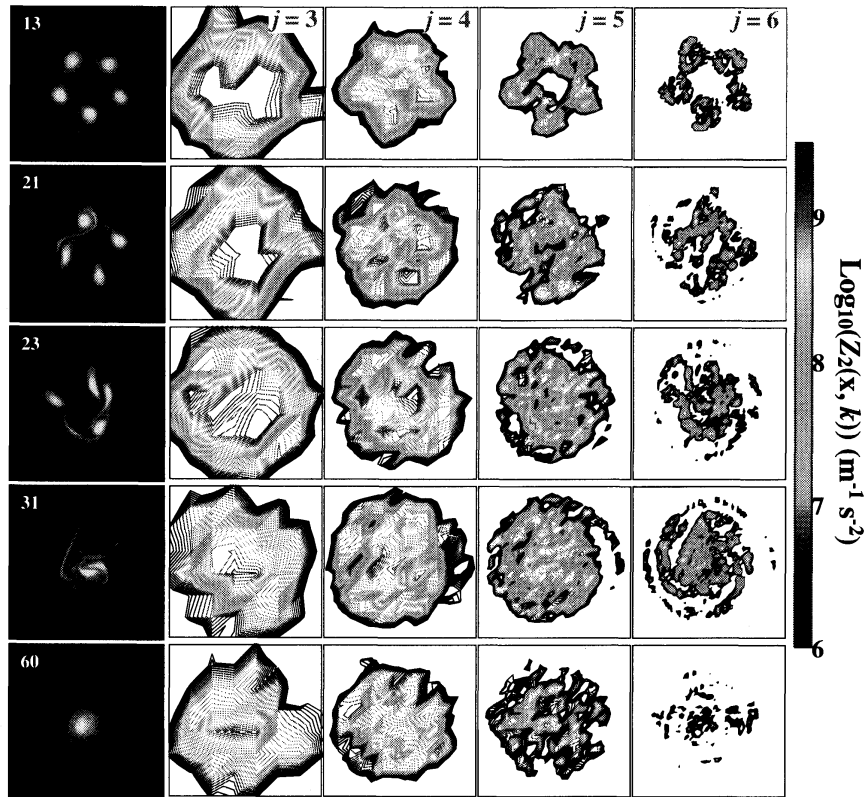


図 6: 電子密度分布 (左列) から導出されたエンストロフィースペクトル空間分布 $\tilde{Z}_2(\mathbf{x}, k_j)$ ($j=3 \sim 6$) の時間発展。Log スケールで等高線をプロットしている。

図 6 に、各時刻における電子密度分布 (左列) から導出されたエンストロフィースペクトルの空間分布 $\tilde{Z}_2(\mathbf{x}, k_j)$ を示す。慣性領域 ($1000 \leq k \leq 4000$) に相当するスケール $j=3 \sim 6$ について評価を行った。各スケールにおけるスペクトルと、実空間上における特徴的な渦構造とが、それぞれ良く対応していることが分かる。不安定性により形成される渦塊構造は、 $j=4$ のスケールによって良く表されている。渦塊間の合体過程が進行し、形状が変形してその数が減少していく中においても、その coherent な特性、すなわち空間的な局在性と高い渦度は良く保存されていることが分かる。一方、それよりも微細なスケール $j=5, 6$ は、合体に伴って形成される微細なフィラメント構造に良く対応している。その値は、渦塊間の相互作用領域で高い値を示し、合体過程が進行し、フィラメント構造が形成されるにつれて、その分布は空間的に広

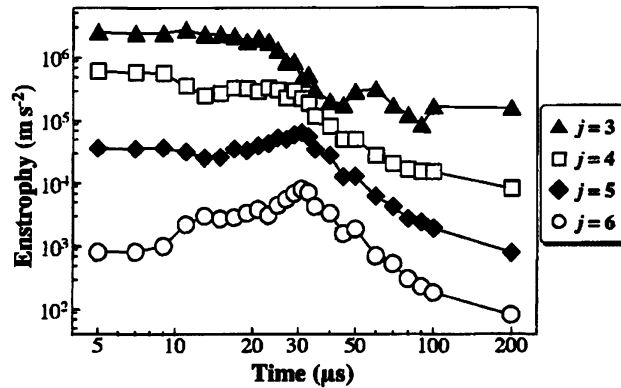


図 7: $j = 3(\blacktriangle)$ 、 $4(\square)$ 、 $5(\blacklozenge)$ 、 $6(\circ)$ それぞれのスケールにおけるエンストロフィーの時間変化。

がっていく。渦塊構造が1つに収束し、フィラメント構造が最も顕著に現れる $t = 31 \mu\text{s}$ 時においてその広がり最大となる。合体により形成された単極渦の構造は $j = 3$ のスケールによって良く表され、 $t = 31 \mu\text{s}$ 時以降、エンストロフィーはこのスケールの中心領域に集中していく。それよりも小さなスケール $j \geq 4$ では $\bar{Z}_2(\mathbf{x}, k_j)$ の値は大きく減少し、微細な密度構造が平滑化していく様子を観測することができる。

$j = 3 \sim 6$ の各スケールにおけるエンストロフィーの時間変化を示したのが、図7である。電子密度分布が分裂した渦塊から単一の渦へと大きな構造変化を示す $t = 21 \sim 31 \mu\text{s}$ 間において、 $j = 3$ 成分は大きく減少する。一方、フィラメント構造に対応する $j = 5, 6$ 成分は増加し、微細な密度構造が最も顕著に現れる $t = 31 \mu\text{s}$ 時において極大値に達する。この振る舞いは、図3において観測されたパリンストロフィーの時間発展と同じ傾向を示している。これら各スケールにおけるエンストロフィーの振る舞いは、エンストロフィーがより大きなスケール ($j = 3$) から、小さなスケール ($j = 5, 6$) へと流れる、エンストロフィーカスケードを良く表している。図6におけるスペクトルの空間構造と対応させて考えると、波数空間上におけるこのエンストロフィーの流れが、実空間上では渦塊間の合体過程に伴う密度構造の微細化に対応していることを確認することができる。

これらのスケールとは対照的に、渦塊構造に対応する $j = 4$ 成分は、この合体過程において系統的な時間変化を示さない。このことは、実空間上における渦塊構造の coherent な性質が、合体過程においても良く保存されるという図6の観測結果と良く対応している。図5のエンストロフィー輸送率でも言及した通り、coherent な渦塊構造が、エンストロフィーの流れを妨げていると推察される。

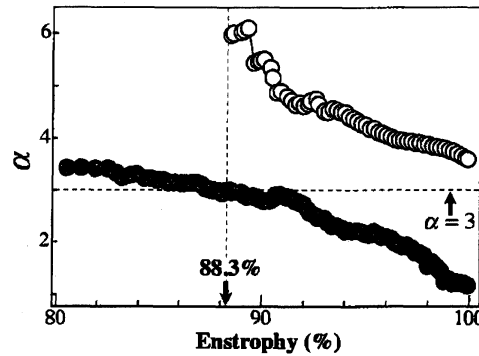


図 8: 閾値とするエンストロフィー量を変化させたときに分離される coherent 構造 (○) および乱流構造 (●) それぞれのエネルギースペクトル $E(k) \propto k^{-\alpha}$ のべき数 α の変化。

5.2 一様等方乱流との比較

ここまで実験的に観測された乱流緩和過程と、理想的な乱流理論モデルとの比較を行ってきた。その結果、観測される緩和過程が理論的に予測される乱流描像と定性的には一致する一方で、定量的には様々な相違点が存在することを確認した。その原因として考えられるのは、coherent な渦塊構造による、乱流の一様等方性の破れである。前述したように、このような coherent 構造の出現は、様々な数値シミュレーションにおいて確認されており [13]、エネルギースペクトル形状の急峻化など、理論予測との差違に大きく寄与していることが明らかとなってきた [14]。本節では、wavelet 展開を用い、電子密度分布から coherent な渦構造を除去することで、より理論モデルに近い条件下で乱流構造の特性について検討を行う。

coherent 構造の除去手法については、それをどのように定義するのかという問題と共に、これまで様々な手法が提案されてきている [18]。本研究では、wavelet 展開係数に対し、それが保持するエンストロフィー量に閾値を設定することで、coherent 構造と乱流構造の分離を行う [19]。

coherent 構造を定義する閾値を決定するため、閾値とするエンストロフィー量が全体に占める割合を 80 ~ 100 % まで変化させ、各値において分離される coherent 構造と乱流構造、それぞれのエネルギースペクトルが示すべき数 α の値を評価した。結果を図 8 に示す。coherent 構造の持つ局在性により、そのスペクトル形状は大域的なスケールに極値を持つ分布となり、べき則を示すことはない。coherent 構造のスペクトルが、極値構造をとる最大のエンストロフィー量が、抽出すべき構造を定義する閾値となると考えられる。図 8 からその値は 88.3 % と評価される。

その値を用いて分離された、coherent 構造と乱流構造それぞれの密度分布と、それらから得られるエネルギースペクトルを図 9 に示す。元の密度分布 (図 2、 $t = 31$

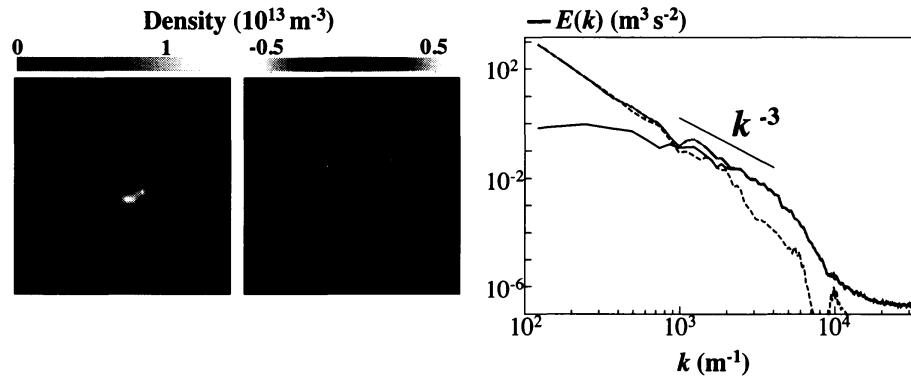


図 9: 閾値 88.3 % で分離された coherent 構造および乱流構造の密度分布 (左) およびエネルギースペクトル (右)。灰色実線が元の密度分布の、実線および破線が、それぞれ乱流構造および coherent 構造のスペクトルを表す。

μs 時) からは大域的な coherent 構造がきれいに除去され、得られる乱流構造は一様等方に分布する微細なフィラメント構造によって構成されていることがよく分かる。この分布から計算されるエネルギースペクトルは、理論により予測されるべき則 k^{-3} に従うことが確認できる。以上の結果から、エンストロフィーの流れを妨げていた coherent な渦塊構造の存在が、乱流理論モデルによる予測と実験結果との差違に大きく寄与していることを確認することができた。

6 まとめ

本研究で筆者は、純電子プラズマを用い、理想的な条件下における 2 次元乱流の緩和過程について実験的検討を行った。強く磁化された純電子プラズマの運動が、2 次元理想流体の運動と等価であることを利用し、従来の中性流体を用いた実験研究では到達できなかった精度で、乱流中における渦度の空間構造を可視的に計測、渦の入射スケールから散逸が支配的な微視的なスケールにまで至る広い空間スケールに渡ってそのダイナミクスを追跡した。さらに、計測された実験データに対し、Fourier 解析および wavelet 解析を適用することで、乱流の物理描像を実空間と波数空間の両空間上において統合的に展開した。

初期においてリング状に形成された純電子プラズマは、Diocotron 不安定性をきっかけとした密度変調を介し、複数個に分裂した渦塊構造を形成する。形成された渦塊は合体を繰り返し、単一の安定な終状態へと遷移する。この合体過程を介した緩和過程を、空間積分量の観点から評価すると、エンストロフィーの減少およびパリンストロフィーの増加として特徴付けられることが分かった。パリンストロフィーの増加からは、渦間の合体に伴う微細なフィラメント構造の形成・成長が強く励起

されていることが示され、また Navier-Stokes 方程式から、それがエンストロフィーの減少に強く寄与していることを示すことができた。さらにこれらの関係を用いることで、この実験系における実効的な散逸強度の値を評価することができた。

以上の結果を踏まえ、電子密度分布の画像データに Fourier 解析を適用し、観測される緩和過程と、波数空間上で展開される乱流理論モデルとの比較を行った。エネルギーおよびエンストロフィーの各波数スペクトルにおける時間発展を追跡した結果、渦塊の大きさに相当する渦の入射スケール k_{inj} を境に、エネルギーは低次波数側へと輸送され、一方、エンストロフィーは高次波数側へと流されていることが示された。さらにこのとき、エネルギースペクトル $E(k)$ は $k > k_{inj}$ の広い慣性領域においてべき則 $k^{-\alpha}$ を示した。以上のことから、観測される緩和過程が、定性的には理論モデルにより予測される乱流描像、すなわちエンストロフィーカスケード過程に則って進行していることを確認することができた。しかしながら一方で、エンストロフィーの輸送率が k_{inj} 付近において減少し、 $E(k)$ が理論予測よりも急峻な形状となることなど、理論モデルとは異なる現象も観測され、その原因として、強い渦度を保持する渦塊構造の影響が示唆された。

このような波数スペクトルのダイナミクスを、実空間上における渦運動と直接対応付けて考えるため、実・波数両空間上において局所的な分解能を有する wavelet 解析を実験データに対し適用した。観測画像の wavelet 展開係数から、エンストロフィースペクトルの空間構造を導出し、その時間発展を追跡することで、波数空間上において観測されたエンストロフィーカスケードが、実空間上では渦塊の合体に伴う密度構造の微細化に対応していることを明らかにした。

さらに、wavelet を用いて密度分布から大域的な coherent 構造を除去し、一様等方性を仮定する乱流理論モデルに近い条件下で実験と理論との比較を行った。その結果、coherent 構造を抽出することで得られる乱流構造のスペクトル形状が、理論モデルから予測されるべき則 k^{-3} と一致することを確認、coherent な渦塊構造が理論予測との差違に大きく寄与していることを確認することができた。

参考文献

- [1] R. H. Levy, Phys. Fluids, **8**, 1288 (1965).
- [2] C. F. Driscoll, D. Z. Jin, D. A. Schecter, and D. H. E. Dubin, Physica C, **369**, 21 (2002).
- [3] K. Ito, Y. Kiwamoto, and A. Sanpei, Jpn. J. Appl. Phys., Part 1 **40**, 2558 (2001).
- [4] A. J. Peurrung, and J. Fajans, Phys. Fluids A **5**, 493 (1993).

- [5] Y. Kawai, Y. Kiwamoto, K. Ito, A. Sanpei, Y. Soga, J. Aoki, and K. Itoh, *J. Phys. Soc. Jpn.* **75**, 104502 (2006).
- [6] Y. Kawai, Y. Kiwamoto, Y. Soga, and J. Aoki, *Phys. Rev. E* **75**, 066404 (2007).
- [7] D. H. E. Dubin, and T. M. O'Neil, *Rev. Mod. Phys.*, **71**, 87 (1999).
- [8] G. K. Batchelor, *Phys. Fluids*. **12** (Suppl. II), 233 (1969).
- [9] C. F. Driscoll, F. Anderegg, D. H. E. Dubin, D.-Z. Jin, J. M. Kriesel, E. M. Hollmann, and T. M. O'Neil, *Phys. Plasmas*. **9**, 1905 (2002).
- [10] D. H. E. Dubin, and T. M. O'Neil, *Phys. Plasmas*. **5**, 1305 (1998).
- [11] R. Kawahara, and H. Nakanishi, *J. Phys. Soc. Jpn.* **76**, 074001 (2007).
- [12] R. H. Kraichnan, *Phys. Fluids*. **10**, 1417 (1967).
- [13] J. C. McWilliams, *J. Fluid Mech.* **146**, 21 (1984).
- [14] R. Benzi, G. Paladin, S. Patarnello, P. Santangelo, and A. Vulpiani, *J. Phys. A: Math. Gen.* **19**, 3771 (1986).
- [15] Y. Kawai, and Y. Kiwamoto, *Phys. Rev. E* **78**, 036401 (2008).
- [16] M. Farge, *Annu. Rev. of Fluid Mech.* **24**, 395 (1992).
- [17] M. Do-Khac, C. Basdevant, V. Perrier, and K. Dang-Tran, *Physica D* **76**, 252 (1994).
- [18] P. Tabeling, *Phys. Rep.* **362**, 1 (2002).
- [19] N. K.-R. Kevlahan, and M. Farge, *J. Fluid Mech.* **346**, 49 (1997).